

doi:10.3772/j.issn.2095-915x.2016.03.003

近十年中外基础数学研究前沿的比较与启示

李旭彦¹, 刘波², 侯剑华²

(1. 科学技术部基础研究管理中心 北京 100862; 2. 大连大学科学技术与社会研究中心 大连 116022)

摘要: 为探测国际及中国基础数学的前沿发展趋势,发现中国基础数学研究的优势领域、弱势领域及空白。以文献计量学为方法,基于 Web of Science 数据库,在期刊引证报告(JCR)的学科分类目录中选择基础数学领域的期刊,检索出基础数学领域中,五年平均影响因子排名前20的期刊在2005-2015年发表的文献。使用信息可视化软件 CiteSpace 对20本代表性期刊的论文进行文献共被引分析,探测了中外基础数学研究的知识基础和研究前沿。对比分析了中外基础数学研究前沿的异同,发现了中国基础数学研究具有研究方向多样性等特征。

关键词: 基础数学, 研究前沿, CiteSpace, 文献信息可视化

中图分类号: G35

Comparative Analysis on Fundamental Mathematics Research Fronts of China and Foreign Countries in the Last Ten Years

LI XuYan¹, LIU Bo², HOU JianHua²

(1. Basic Research Service Ministry of Science and Technology of the People's Republic of China, Beijing 100862, China; 2. Center for Science, Technology & Society Studies, Dalian University, Dalian 116622, China)

基金项目: 本研究得到国家科技创新战略研究专项“重点科技领域发展热点跟踪研究”(编号: ZLY2015072)资助。

作者简介: 李旭彦(1982-),男,山西大同人(汉),科技部基础研究管理中心工程师,工学硕士,研究方向:科技政策与评价、科研项目管理;刘波(1994-),男,新疆石河子人,主要研究方向:科学计量与文献信息可视化;侯剑华,(1980-),男,辽宁北票人,管理学博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向:科学学与科学技术管理、知识计量与信息可视化。

Abstract: In order to detect the development of fundamental mathematics research fronts and discover the research advantage, weakness and blanks of China, this paper analyzed the research status of fundamental mathematics for China and other foreign countries in the last ten years based on bibliometric methods and the data from the top 20 journals that ranked by JCR in the Web of Science database. This study analyzed the knowledge base and research front in the last ten years of this domain by using the co-citation analysis method through the visualization software: CiteSpace. Then, we compared the fundamental mathematics research frontiers of China and other foreign countries. The results indicated that the fundamental mathematics research of China presented the characteristic of diversity

Keywords: Fundamental math, research front, CiteSpace, information visualization

1 引言

基础数学也叫纯粹数学，是专门研究数学本身内部规律的基础学科。基础数学的一个显著特点就是暂时撇开具体内容，以纯粹形式研究事物的数量关系和空间形式。其研究领域宽泛，理论性强。主要是指几何、代数（包括数论）、拓扑、分析、方程学以及在此基础上发展起来的一些数学分支学科。近十年来，国际基础数学研究稳步发展，在学科内部形成了许多研究热点，并取得了一些重大突破，我国是基础数学研究大国，在基础数学研究中占据重要位置。为进一步展现我国和国际基础数学近年来发展的概况，探测相关领域研究的前沿问题，本文对 Web of Science 收录的数学领域国际权威的期刊文献数据进行文献计量和信息可视化分析，展现国际数学领域和中国数学领域各自的研究前沿，并探测国际及中国基础数学领域的未来发展趋势。

传统的研究前沿探测方法更多的是对近几年高被引文献内容的分析，通过阅读，归纳概括出大致的研究前沿，但该方法存在涵盖研究范围小、不利于建立知识网络、受研究者阅读量和自身学术水平影响大等缺点。本研究采用文献计量学的

方法，以 CiteSpace 软件为工具，主要利用其中的文献共被引分析功能，在大量文献数据的基础上，挖掘文献间的相互引证关系，利用聚类方法找出新兴的研究方向。特别要介绍的是 CiteSpace 软件的开发陈超美提出的两个重要概念——知识基础与研究前沿，研究前沿（research front）被定义为一组突现的动态概念和潜在的研究问题。研究前沿的知识基础（knowledge base）是它在科学文献中（即由引用研究前沿术语的科学文献所形成的演化网络）的引文和共引轨迹。反映在图谱中知识基础是高被引文献的集合，研究前沿是高突现被引文献的集合，这二者相互对立又相互依存，构成了本研究的重要理论基础。

2 国际基础数学研究现状

为客观展现国际基础数学研究的基本状况，特别是研究前沿及动态，本研究选取汤森路透集团 Web of Science 网络检索数据库中的文献数据进行分析。Web of Science 的期刊引证报告（JCR）有一套公认的学科分类标准，收录了各个学科的主要期刊（图 1）。选定其中的基础数学（Mathematics）领域内五年影响因子前 20 名的期

刊(表1),在Web of Science 核心期刊数据库中检索这20个期刊从2005年到2015年刊载的文献,共得到12763篇(2015年8月检索),将这些文

献定义为本研究所用的数据。对检索文献数据进行计量和可视化分析。

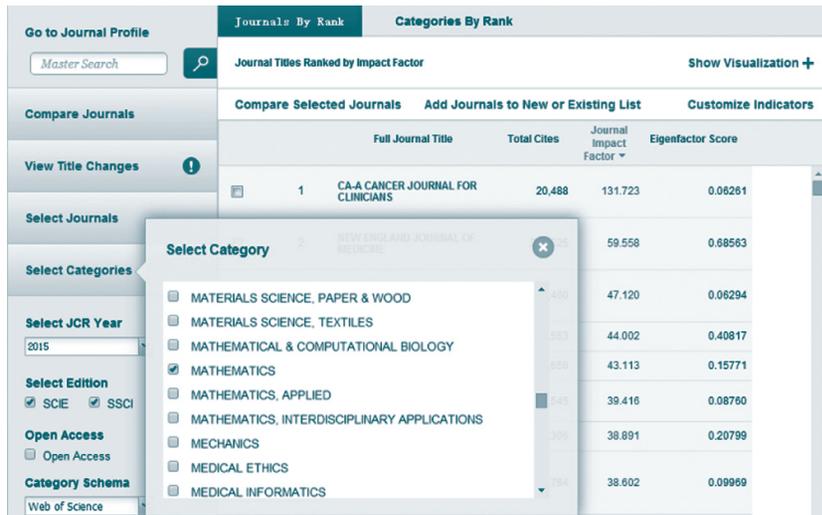


图1 基础数学领域来源

表1 基础数学领域来源期刊列表

序号	期刊名	5年影响因子	影响因子	总被引频次	即年指数	载文量	引文半衰期	特征因子
1	ANN MATH	3.654	3.236	9570	1.152	46	>10.0	0.0386
2	J AM MATH SOC	3.604	2.556	2591	0.846	26	>10.0	0.01771
3	FOUND COMPUT MATH	3.566	2.389	763	0.763	38	5.5	0.00714
4	ACTA MATH-DJURSHOLM	3.549	2.469	3388	0.867	15	>10.0	0.00679
5	COMMUN PUR APPL MATH	3.462	3.13	7280	0.696	46	>10.0	0.01566
6	B AM MATH SOC	2.928	2.107	3702	2.273	11	>10.0	0.0049
7	INVENT MATH	2.78	2.364	7276	0.611	54	>10.0	0.02473
8	PUBL MATH-PARIS	2.5	2.882	832	0.25	8	>10.0	0.00339
9	J DIFFER GEOM	2.14	1.419	3462	0.404	47	>10.0	0.01335
10	FIXED POINT THEORY A	2.126	2.503	2679	0.637	240	2.6	0.0042
11	MEM AM MATH SOC	2.121	1.727	1947	0.325	77	>10.0	0.00707
12	DUKE MATH J	2.009	1.578	5146	0.507	69	>10.0	0.02022
13	J EUR MATH SOC	1.94	1.698	935	0.409	66	4.8	0.01454
14	GEOM FUNCT ANAL	1.846	1.644	1649	0.224	58	>10.0	0.01594
15	J DIFFER EQUATIONS	1.846	1.68	9362	0.268	287	9.5	0.04078
16	J MATH PURE APPL	1.725	1.683	2266	0.387	75	>10.0	0.00964
17	ANN SCI ECOLE NORM S	1.7	1.52	1852	0.37	27	>10.0	0.00572
18	CALC VAR PARTIAL DIF	1.679	1.518	1638	0.354	130	7.5	0.01331
19	ANAL PDE	1.676	1.414	260	0.182	44	3	0.00558
20	AM J MATH	1.61	1.181	4188	0.152	46	>10.0	0.01248

通过 Web of Science 的结果分析功能对检索结果进行基本统计分析。首先,从文献量的年度分布来看,从 2006 年起,文献数量保持持续稳定增长的趋势,每年文献量基本均在 1000 以上,并在 2013 年达到峰值 1525 篇(图 2)。

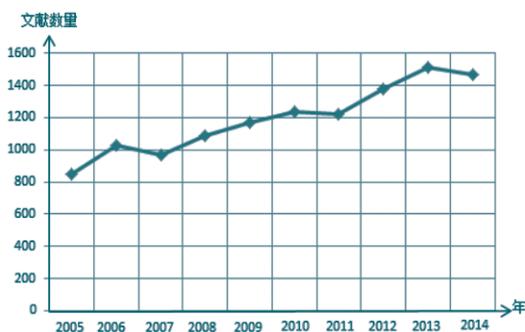


图 2 基础数学领域文献数量年度分布

从发文量的国家分布来看,发文量最多的是美国,为 4545 篇,其次是法国、中国,文献量都接近美国的 1/2,再次是德国、意大利,文献量接近美国的 1/4(图 3)。

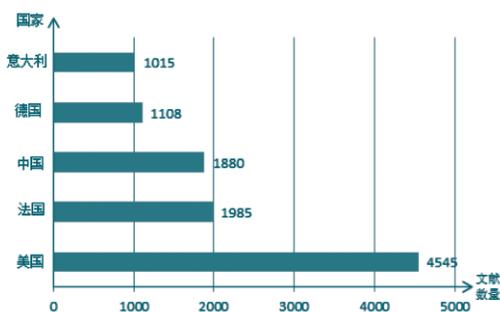


图 3 基础数学领域文献高产国家分布

从文献高产机构分布来看,美国的高产机构最多,且主要来自高校,其次是法国,之后是沙特阿拉伯、日本、加拿大、中国、德国等国家的研究机构(图 4)。排名前 20 的机构里普林斯顿大学、纽约大学、芝加哥大学、麻省理工大学等 13 个机构都属于美国,而且都是高等院校。法国不仅有巴黎第十一大学、巴黎第六大学两所高产高校,其国家科学研究所的发文数量也位居前列。另外排名第十的阿卜杜勒阿齐兹国王大学是沙特

阿拉伯发文量最高、高产作者最多的机构,同时也是亚洲数学发文量最高的机构。日本、加拿大、中国、德国各占一个机构,发文量相差不大,日本和中国的高产机构均为国家科研院所。

从发文作者的分布来看,在共计 11219 名作者中抽取发文量在 20 篇以上的作者,将他们定义为高产作者,共有 44 人,主要有 Kumam、Karapinar、Wei、Tao 等,同时发现这些高产作者主要来自美国(10 人)、中国(9 人)、沙特阿拉伯(5 人)。这些高产作者基本都来自高产机构,他们共同构成了国际基础数学研究的核心研究力量。

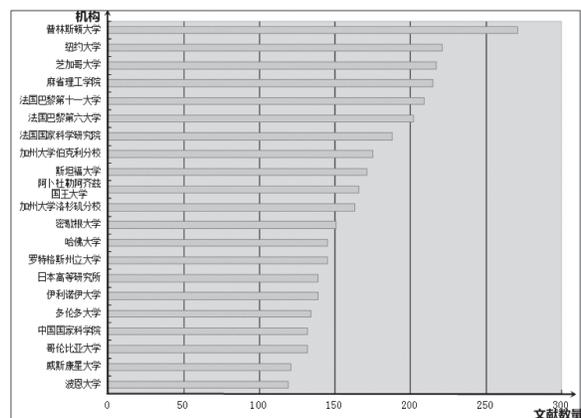


图 4 基础数学领域文献高产机构分布

3 中外数学领域研究前沿的比较分析

利用 CiteSpace 信息可视化软件,对这 20 本期刊的 12763 篇论文,分别绘制国际和中国基础数学研究的文献共被引网络知识图谱,通过对图谱信息的解读,分析图谱网络中高被引节点文献、高突现强度节点文献,并结合近年数学领域权威奖项菲尔兹奖得主的研究方向,分析国际和中国基础数学的知识基础,进而探测基础数学领域的研究前沿。

3.1 国际基础数学领域的研究前沿

通过 CiteSpace 的文献共被引分析功能,分别

以各节点位置、大小、节点颜色变化、节点中突现大小等展现各节点文献在网络中的中心程度、被引频次、文献发表时间由远到近、突现强度等(图5)。以高被引频次文献集合表征国际基础数学的知识基础,以高突现强度文献集合表征领域内的研究前沿。

从整体上看,国际数学研究领域中的主要研究方向较为集中,被引频次较高的文献主要形成了两个结构紧凑的知识群。其中知识群A占据了图谱的中心位置,与其他文献聚类连线密切,在CiteSpace中这表示该范围内研究主题的中心度高。知识群B也形成了完整的结构,但位置较远,



图5 国际基础数学文献共被引知识图谱

且与其他聚类连线极少,可以认为知识群B研究主题范围小,研究的问题更具体。从部分来看,知识群A近年受关注度变化较小;知识群B中的文献量大,而且突现频次较高,近年受关注度突增。通过整理得出近年国际数学高被引前10名的文献(表2),发现在图谱中显示为节点大的文献(高被引文献)与深色圆点文献(高突现强度文献)

大量重合,及近年国际数学的知识基础(高被引文献)与研究前沿(高突现强度文献)存在大量重合,这一特征集中体现在知识群B中,可以说知识群B的主要研究方向,既是知识基础也是研究前沿。

知识群A主要是由少数大节点和大部分小节点构成,其中的大节点是Gilbarg在1983年发

表 2 国际数学领域高被引文献（前 10 篇）列表

作者	文献（英文）	文献（中文）	年份	本文数据被引频次	Google Scholar 被引频次	突现强度
Gilbarg D	Elliptic partial differential equations of second order	《二阶椭圆型偏微分方程》	1983	77	17835	10
Ran ACM	A fixed point theorem in partially ordered sets and some applications to matrix equations	《在偏序集的不动点定理和某些序矩阵方程的应用》	2004	70	769	6.69
Nieto JJ	Contractive mapping theorems in partially ordered sets and applications to ordinary differential equations	《压缩映射定理偏序集和应用，常微分方程》	2005	67	728	6.16
Crandall MG	User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations.	《用户指南，二阶偏微分方程粘性解》	1992	60	3791	—
Banach S	Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales	《关于抽象集合的操作及其在微分方程中的应用》	1922	58	1628	8.96
Bhaskar TG	Fixed point theorems in partially ordered metric spaces and applications	《偏序度量空间中的不动点定理及应用》	2006	58	831	7.02
Lakshmikantham V	Coupled fixed point theorems for nonlinear contractions in partially ordered metric spaces	《在偏序度量空间非线性收缩耦合不动点定理》	2009	45	638	6.35
Ambrosetti A	Dual variational methods in critical point theory and applications.	《临界点理论和应用中的对偶变分方法》	1973	44	3188	—
Lions JL	Quelques methodes de resolution des problemes aux limites non lineaires	《非线性边值问题的一些解法》	1969	44	8176	—
Nieto JJ	Existence and uniqueness of fixed point in partially ordered sets and applications to ordinary differential equations	《存在与不动点的唯一性的偏序集和应用，常微分方程》	2007	43	398	6.58

表的专著《二阶椭圆型偏微分方程》，该专著被誉为二阶椭圆型偏微分研究中的经典专著，也是其对数学领域最大的贡献，在本文数据中被引频次为 77，在 Google 学术搜索中的被引频次为 17835，它成为了椭圆（和抛物线）的经典理论进一步发展的一个基本组成部分，即更高层面的完

全非线性方程组；2007 年 Caffarelli 发表的文献《拉普拉斯分数的相关扩展问题》通过一系列证明获得了拉普拉斯和其他积分—微分算子的一般分数幂的类似表征，从这些表征得出一些扩展问题中局部纯粹的积分—微分的性质；Henry 的专著《半线性抛物方程的几何理论》，内容包括动力系统、

李雅普诺夫稳定、线性非自治方程和离散傅氏变换、流形、平衡点等。可以看出，知识群 A 中的文献侧重于引用偏微分方程、积分—微积分、抛物线方程等数学经典理论，而且群组内没有突现强度猛增的节点，近年来受关注度稳定。

在知识群 B 中，2004 年 Ran^[1] 在《P AM MATH SOC》期刊上发表的文献《在偏序集的不动点定理和某些应用程序矩阵方程》模拟证明了巴拿赫不动点定理偏序集，以线性矩阵方程和非线性矩阵方程为切入点进行了讨论；Nieto^{[2][3]} 的《压缩映射定理偏序集和应用，常微分方程》证明了一阶常微分方程解的存在和唯一性以及偏序集中适用的不动点定理，另一篇文献《存在与不动点的唯一性的偏序集和应用，常微分方程》证明了偏序集中的不动点定理，延伸了 Branch 空间中的压缩映射原理，提出了一些应用程序与周

期性边界条件的一阶微分方程，证明了一个独特的解决方案，承认较低解的存在性；Crandall^[4] 的《二阶偏微分方程的粘性解》提出了二阶偏微分方程粘性解的概念，论述了粘性解基本理论的自包含现象。Banach^[5] 是泛函分析理论的主要奠基人之一，其发表的《关于抽象集合的操作及其在微分方程中的应用》讲述了泛函分析的理论来源，也是泛函分析理论的主要奠基作之一；Ambrosetti^[6] 《临界点理论和应用中的对偶变分方法》讨论了在实 Banach 空间里一般的存在定理中的连续可微的临界点，I 为偶数时得出最强的结果；Lions 的《非线性边值问题的一些解法》开创性的发展了独特的方法，为解决非线性边值问题做出了贡献。

在 CiteSpace 中，链接两个聚类(即研究领域)，使之发生关联的节点是关键节点。在国际基础数学研究的共被引网络知识图谱中，捕捉到两个代

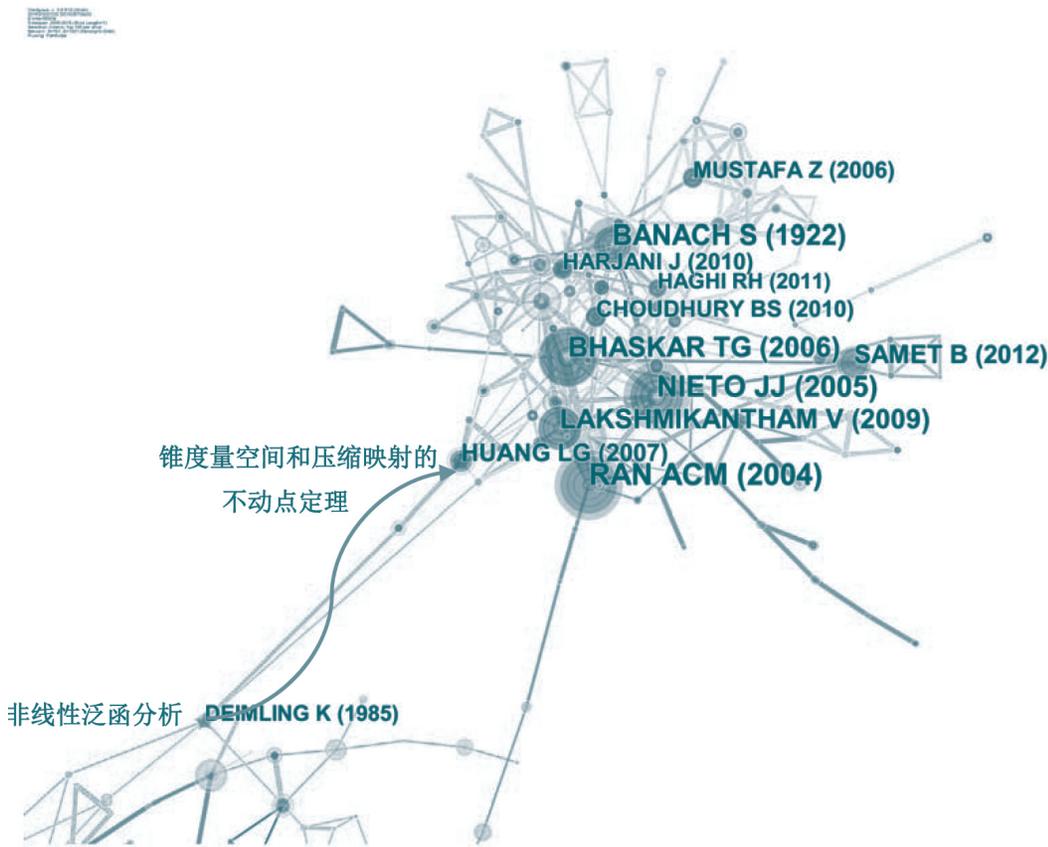


图 6 国际数学主要高突现强度文献区域图

表性关键节点，分别是 Deimling 所著的《非线性泛函分析》和 Huang 所著的《锥度量空间和压缩映射的不动点定理》（图 6），以这两本专著为“桥梁”，知识群 A 与知识群 B 产生了交集。《非线性泛函分析》从覆盖重合度及其应用的发展出发，对无穷维空间的映射和单调以及增生映象进行测试，探索了反函数理论、隐函数理论、牛顿方法、定点理论、锥体求解及研究非线性方程的 Galerkin 方法。研究了极值、凸性、拉格朗日乘子、极大—极小定理等相关问题；《锥度量空间和压缩映射的不动点定理》介绍了锥度量空间，证明了压缩映象对锥度量空间不动点定理。这两个聚类之间的桥梁显示着研究前沿的知识基础来源，或者说二者之间内在的联系使得过去的研究方向

出现转折点，形成新的研究方向。比如《锥度量空间和压缩映射的不动点定理》仅引用的两篇文献中有一篇即为《非线性泛函分析》，实现了研究方向由定点理论、锥体求解转向了锥度量空间、不定点定理。

3.2 中国基础数学领域的研究前沿

同样以 CiteSpace 的文献共被引分析功能对中国发表的文献进行研究前沿的可视化分析，绘制中国基础数学研究的文献共被引网络知识图谱。（图 7）

图 7 中反映出来的中国基础数学研究的高被引文献主要分布在五大知识群中。从整体上看，中国数学研究领域中的研究方向较为分散，被引

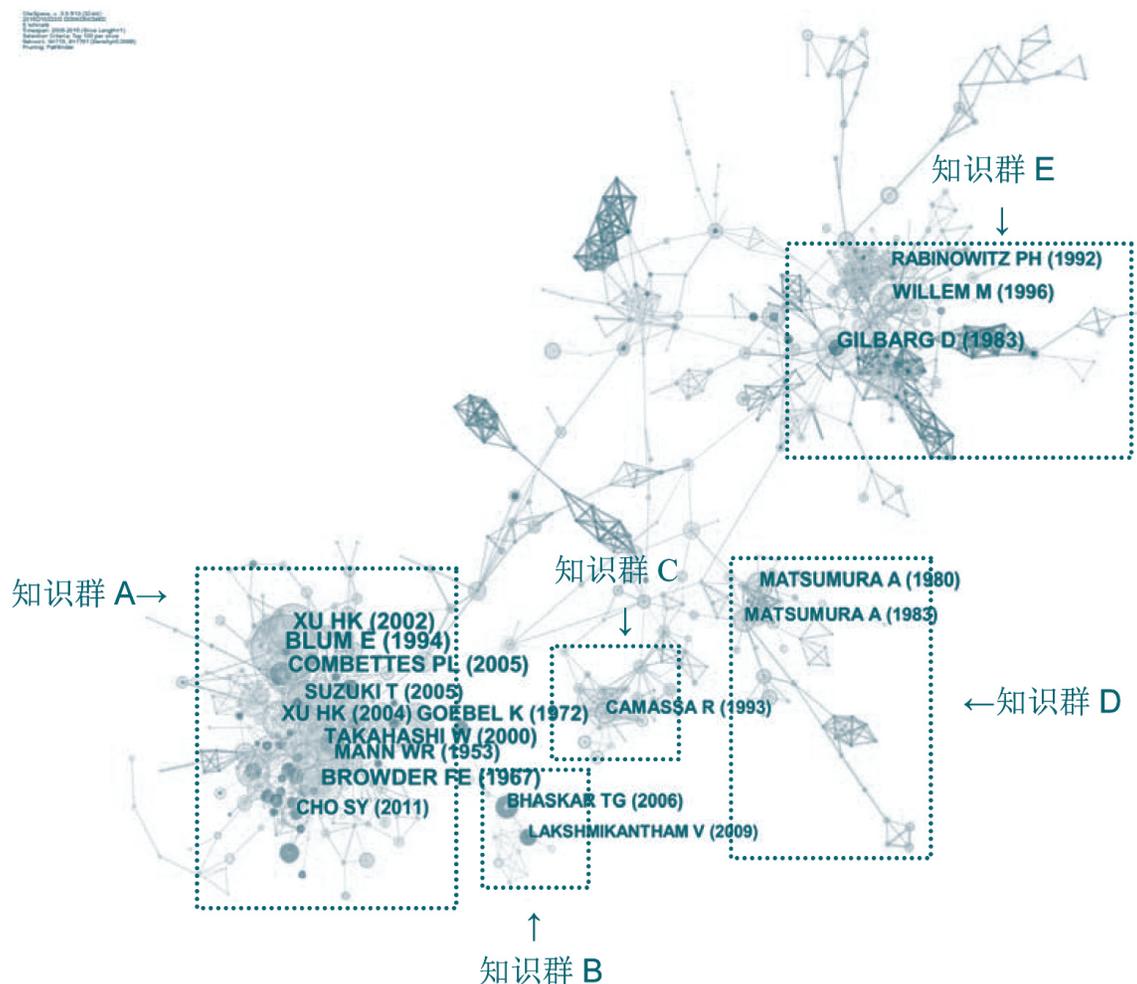


图 7 中国基础数学的文献共被引网络知识图谱

频次较高的文献主要形成了5个的知识群,其中知识群A、知识群B、知识群C的聚类结构较为紧密,而知识群D和知识群E相对松散。在这5个知识群中,知识群A的文献节点数最多,代表了研究力量集中于此,包含的高频词文献节点最多,同时也是高突现强度文献节点最多的,说明其研究的热度和被关注度都很高;知识群B仅与知识群A之间有连线,可以看作是知识群A研究方向的扩展,群组内被引频次较高的文献节点有2个,且均为高突现强度节点,代表着本研究方向产出的成果较少但引起了一定的关注;知识群C只与知识群D有一定联系,该群组内节点较多而且联系紧密,体现了研究方向的一致性很高,但被引频次较高文献节点的只有1个,而且近年受关注度一般;知识群D结构松散,研究方向的一致性不高,被引频次较高的节点有2个且为同一作者,为此研究方向中的核心作者,近年受关注度一般;知识群E中的文献量第2大,群组内分为3个结构紧密的小群组,高被引频次文献节点有3个,均为年代久远的经典文献专著,其中

Gilbarg的著作《二阶椭圆偏微分方程》是前十名高被引频次文献中突现强度最高的(表2)。从时间上来讲,知识群E最为年代久远,在知识体系中起到奠基性作用,知识群C承前启后,使得知识群D在吸收经典文献后,在近年产出了一定规模的文献,知识群B文献节点距今不远且最近受到关注增加,知识群A是经典文献与近年文献的混合。整理得出近年中国数学高被引文献前10名(表3),可以看出,当前中国基础数学研究的知识基础(高被引文献)是由不同群组构成的,其中知识群A在知识体系中既起了知识基础的作用,又能代表主要研究前沿(高突现强度文献)。另外,前10名高被引文献中突现强度较高的只有Gilbarg的著作《二阶椭圆偏微分方程》,与国际数学研究情况迥异,在国际数学研究中,高被引文献通常也有着较高的突现强度,即经典文献在近年关注度增加。

在知识群A中,1953年,Mann^[7]的著作《迭代均值法》证明了均值法可以在不同迭代过程中应用;1972年Goebel^[8]将不定点定理推广至非扩

表3 中国基础数学高被引文献(前10篇)列表

作者	文献名(英文)	文献名(中文)	年份	数据内被引频次	Google Scholar内被引频次	突现强度
BLUM E	From optimization and variational inequalities to equilibrium problems	《优选法和变分不等式中的平衡问题》	1994	72	1799	——
XU HK	Iterative algorithms for nonlinear operators	《迭代算法非线性算子》	2002	54	1050	——
COMBETTES PL	Equilibrium programming in Hilbert spaces	《Hilbert空间的均衡规划》	2005	48	740	——
BROWDER FE	Construction of fixed points of nonlinear mappings in Hilbert space	《Hilbert空间非线性映射不动点的构建》	1967	48	1017	——

GILBARG D	Elliptic partial differential equations of second order	《二阶椭圆型偏微分方程》	1983	46	17835	2.95
XU HK	Viscosity approximation methods for nonexpansive mappings	《非扩张映象的黏性逼近法》	2004	43	782	—
TAKAHASHI W	Nonlinear functional analysis fixed point theory and its applications	《非线性泛函分析不动点理论及其应用》	2000	42	84	—
SUZUKI T	Strong convergence of Krasnoselskii and Mann's type sequences for one-parameter nonexpansive semigroups without Bochner integrals	《单参数非扩张半群 Bochner 积分中 Krasnoselskii 和 Mann 型序列的强收敛》	2005	39	634	—
GOEBEL K	A fixed point theorem for asymptotically nonexpansive mappings	《渐近非扩张映射的不动点定理》	1972	39	1143	—
MANN WR	Mean value methods in iteration	《迭代均值法》	1953	37	1898	—

张映射，两人的研究均为奠基之作。Blum^[9]的论文《优选法和变分不等式中的平衡问题》建立了变分不等式和互补问题模型推广的平衡问题模型，文章在谷歌学术中的被引频次达 1799 次；华东理工大学特聘教授徐洪坤对迭代算法非扩张映象和极大单调算法进行了研究，证明了非扩张映象的强收敛定理，修改了强收敛的 Rockafellar 邻近点算法来解决二次最小化问题；此外徐洪坤教授深入探索了黏性逼近非扩张映射，提出了非扩张映象的黏性逼近法。Combettes^[10]则针对 Hilbert 空间的均衡问题给出了一般系统中的迭代次梯度投影算法，单平衡问题中的正规化和分裂算法。2000 年 Takahashi^[11]提出序列强集合的混合平衡问题的解决方案，在 Hilbert 空间强映射下利用一般迭代算法求出了非扩张映象有限族和变分不等式的解；2005 年 Suzuki^[12]在没有严格凸 Banach 空间假设的情况并且不使用波切内尔积分证明了 Krasnoselskii 和 Mann 型非扩张半群中的收敛定理；

韩国庆尚大学的 Cho 与 Kang^{[13][14]}共同发表论文《基于粘度迭代过程的伪压缩半群不动点的近似值》和《严格伪压缩算子的变分不等式通用解的近似值》，在 Banach 空间的框架上前者提出了不动点的强收敛定理，求出了伪压缩半群不动点的近似值，后者构造了迭代法近似解集、古典变分不等式与不动点集。

在知识群 B 中，Bhaskar 与 Lakshmikantham 用假设弱收缩性的类型证明了在赋有偏序度量空间的混合单调映射不动点定理，讨论解的存在及唯一边值问题；Lakshmikantham 与 Ćirić 在《偏序度量空间中的不动点定理及其应用》的基础上引进了混合 G- 单调映射的概念，并证明在偏序度量空间非线性收缩存在耦合不动点定理。在知识群 C 中，Camassa 提出新的完全可积色散浅水方程是双哈密顿结构，并据此求出了可积浅水波方程的尖峰解。知识群 D 中，Matsumura 先后发表了论文《粘性和热传导性气体的运动方程

的初值问题》和《可压缩粘性和导热流体的运动方程初边值问题》，系统研究了导热气体、导热流体运动方程的边值问题。知识群 E 中同样包含国际数学研究中知识群 A 中 Gilbarg 的《二阶椭圆型偏微分方程》；1992 年 Rabinowitz 发表论文《一类非线性薛定谔方程》基于非线性薛定谔方程的行波解的存在性，提出制作驻波拟设降低的

问题。1996 年 Willem 的专著《极值定理》提出了一个简单而统一的方式将极小值定理、极大定理应用到偏微分方程。

在中国基础数学文献共被引网络知识图谱中，同样捕捉到两个代表性关键节点，分别是 Deimling 所著的《非线性泛函分析》和 Temam 所著的《机械与物理的无穷维动力系统研究》(图 8)，

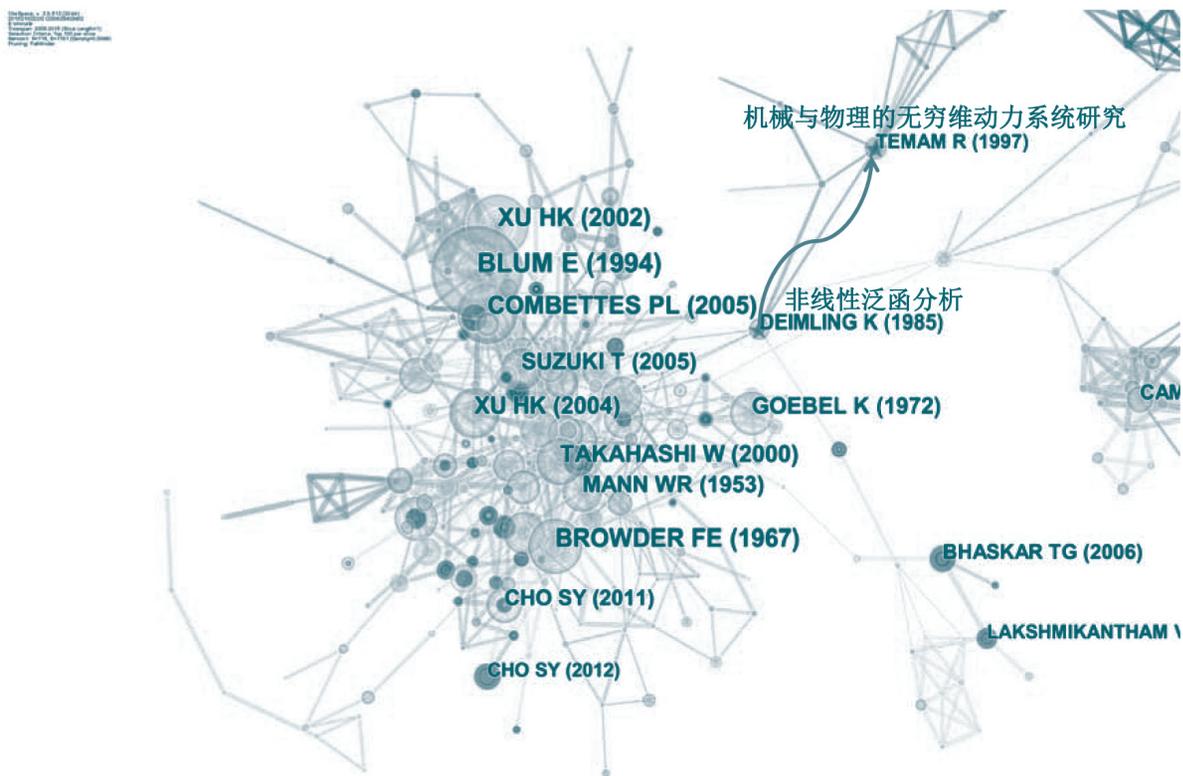


图 8 中国基础数学知识图谱中主要高突现强度区域视图

以这两本专著为主要“桥梁”，知识 A 与其他知识群组间形成了交流。《机械与物理的无穷维动力系统研究》是作者把握到技术在其他领域耗散演化形成了无穷维系统，Temam 第一次尝试通过偏微分方程研究在机械与物理所产生的无穷维动力系统。

4 研究结论

通过对国际和中国基础数学研究知识图谱的对比分析发现，当前国际数学的研究前沿主要是不动点定理的基础理论研究、偏序集、偏序集中的不动点定理、偏微分方程等问题，国际数学研究展现出研究方向集中（主要形成了经典著作和

不定点定理、偏序集相关问题延伸两大知识群)的特点,近年受关注度较高的多为数学领域的经典文献和经典专著。中国数学研究的前沿集中于非扩张映射、变分不等式、迭代算法等,研究中展现出来的主要特点是研究方向多元,对经典文献、经典专著没有过多的关注,且近年来没有突现强度很高的文献。应当引起重视的是,对经典文献专著的不够重视很大程度抑制了我国基础数学研究水平的提升,数学研究的特点在于数学思想的起源与传播有其自身规律,相对物理、化学这些学科有更强的连续性。数学发展史上的每一次突破都奠基于前人成果的基础之上。中国的基础数学研究者应当更为重视经典文献专著的再发掘,并在此基础上实现创新。

参考文献:

- [1] Ran A, Reurings M. A fixed point theorem in partially ordered sets and some applications to matrix equations[J]. Proceedings of the American Mathematical Society, 2004, 132(5):1435-1443.
- [2] Nieto J J, Rodríguez-López R. Contractive Mapping Theorems in Partially Ordered Sets and Applications to Ordinary Differential Equations[J]. Order—a Journal on the Theory of Ordered Sets & Its Applications, 2005, 22(3):223-239.
- [3] Nieto J J, Rodríguez-López R, et al. Existence and Uniqueness of Fixed Point in Partially Ordered Sets and Applications to Ordinary Differential Equations[J]. Acta Mathematica Sinica, 2007, 23(12):2205-2212.
- [4] Crandall M G, Ishii H, Lions P L. user's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations[J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1992, 27(1):1-67.
- [5] Banach S. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales[J]. Fund. Math, 1922, 3(1): 133-181.
- [6] Ambrosetti A, Rabinowitz P H. Dual variational methods in critical point theory and applications[J]. Journal of Functional Analysis, 1973, 14(4):349-381.
- [7] Mann W R. Mean Value Methods in Iteration[J]. Proceedings of the American Mathematical Society, 1953, 4(4):506-506.
- [8] Goebel K, Kirk W A. A fixed point theorem for asymptotically nonexpansive mappings[J]. Kodai Mathematical Journal, 1981, 4(2):293-297.
- [9] Blum E, Oettli W. From optimization and variational inequalities to equilibrium problems. Math Stud[J]. Math Student, 1994, 63(1):123-145.
- [10] Combettes P L, Hirstoaga S A. Equilibrium programming in Hilbert spaces[J]. Journal of Nonlinear & Convex Analysis, 2005, 6(1):117-136.
- [11] Takahashi W. No linear Functional Analysis, Fixed point theory and its applications: p.iv+ [M]. Yokohama.Japan:Yokohama Publisher, 2000.
- [12] Suzuki T. Strong convergence of Krasnoselskii and Mann's type sequences for one-parameter nonexpansive semigroups without Bochner integrals[J]. Journal of Mathematical Analysis & Applications, 2005, 305(1):227-239.
- [13] Cho S Y, Kang S M. Approximation of fixed points of pseudocontraction semigroups based on a viscosity iterative process[J]. Applied Mathematics Letters, 2011, 24(2):224-228.
- [14] Cho S Y, Kang S M. Approximation of common solutions of variational inequalities via strict pseudocontractions[J]. Acta Mathematica Scientia, 2012, 32(4): 1607-1618.